Корректность алгоритма Клейна

Теорема. Поток величины v *opt* $\Leftrightarrow$ в сети с модиф. дуговыми стоимостями не $\exists$ отрицательных циклов.

Доказательство. $\Rightarrow$ следует из того, что в случае $\exists < 0$ цикла можно добавить циркуляцию по этому циклу, сохранив величину потока и уменьшив его стоимость, что противоречит *opt* потока.

$\Leftarrow$. Рассмотрим нек. поток, для кот. в сети не $\exists < 0$ циклов.

Предположим, что *opt* поток имеет $<$ стоимость.

Разложим *opt* поток на v путей, обозначим их o_i , $i = 1, \dots, v$, по каж. из кот. пропущен 1-ый поток.

Аналогично разложим рассматриваемый поток на v путей p_i , $i = 1, \dots, v$, по каж. из кот. пропущен 1-ый поток.

Ввиду того, что *opt* поток имеет $<$ стоимость, $\exists$ пути o_i и p_i : стоимость потока по $o_i <$ стоимости потока по p_i . Тогда эти пути:

- a) либо не имеют общих дуг,
- b) либо частично совпадают.