Теорема корректности метода полезных обращений для PseudoLRU

$$u_{k_i,R_i,\pi'_i}(s_j) \equiv \begin{cases} (k_i||R_i) \notin \{s_j, s_{j+1}, ..., s_{m+n}\} \\ R_i = R(s_j) \\ (\pi'_i||R_i) \in \{(\pi_j||R_j), (\pi_{j+1}||R_{j+1}), ..., (\pi_{m+n}||R_{m+n})\} \\ \bigwedge_{k=j+1}^{m+n} (R_j = R_k \ \wedge \ (\pi'_i||R_i) \notin \{(\pi_j||R_j), (\pi_{j+1}||R_{j+1}), ..., (\pi_k||R_k) \\ \qquad \rightarrow P(\pi_j \oplus \pi'_i, \pi_k \oplus \pi'_i)) \end{cases}$$

$$P(x, y) \equiv (y > x \quad \wedge \quad x \oplus y > x)$$

π'_i определено следующим образом: если $S_i = hit$, то

$$\begin{aligned} &(ite\ ((k_i||R_i) = (k_{i-1}||R_{i-1}))\ \ (\pi'_i = \pi_{i-1}) \\ &(ite\ ((k_i||R_i) = (k_{i-2}||R_{i-2}))\ \ (\pi'_i = \pi_{i-2}) \\ &... \ (\pi'_i = 0)))) \ldots) \end{aligned}$$

если $S_i = miss$, то ($\{\pi_i, ..., \pi_j\}_m$ обозначает подмножество множества позиций от i'го до j'го обращения из неуспешных обращений):

$$\begin{aligned} &(ite\ ((k_i||R_i) = (k_{i-1}||R_{i-1}))\ \ (\pi'_i = \pi_{i-1}) \\ &(ite\ ((k_i||R_i) = (k_{i-2}||R_{i-2}))\ \ (\pi'_i = \pi_{i-2} \wedge \pi'_i \in \{\pi_{i-1}\}_m) \\ &(ite\ ((k_i||R_i) = (k_{i-3}||R_{i-3}))\ \ (\pi'_i = \pi_{i-3} \wedge \pi'_i \in \{\pi_{i-1}, \pi_{i-2}\}_m) \\ &... \ (\pi'_i = 0)))) \ldots) \end{aligned}$$