

# 12. ПРИМЕР: ПАДЕНИЕ ТЕЛА С ЛИНЕЙНЫМ СОПРОТИВЛЕНИЕМ

$$\ddot{m}x = mg - mk^2x \quad x(0) = \dot{x}(0) = 0$$

1) Переходим к безразмерным переменным

$$\begin{aligned} \bar{t} = t/t_0 \quad \bar{x} = x/x_0 &\Rightarrow \frac{x_0}{t_0^2} \frac{d^2 \bar{x}}{d \bar{t}^2} = g - k^2 \frac{x_0}{t_0} \frac{d \bar{x}}{d \bar{t}} \Rightarrow \frac{d^2 \bar{x}}{d \bar{t}^2} = \frac{t_0^2}{x_0} g - k^2 t_0 \frac{d \bar{x}}{d \bar{t}} \Rightarrow \\ &\begin{aligned} t_0 &= k^{-2} \\ x_0 &= gk^{-4} \end{aligned} \end{aligned}$$

$$\dot{x} + \dot{x} = 1$$

По-прежнему черточки над  $x$  и  $t$  для простоты записи опущены

2) Угадываем частное решение  $x_0(t) = t$

3) Решаем характеристическое уравнение  $\lambda^2 + \lambda = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0, \lambda_2 = -1$

4) Выписываем общее решение  $x(t) = x_0(t) + C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} = t + C_1 + C_2 e^{-t}$

5) Находим произвольные константы из начальных условий

$$x = F(t) = t - 1 + e^{-t}$$

6) Выписываем окончательный результат

$$x = \frac{g}{k^4} F(k^2 t)$$