ВАРИАНТ 1

С1 Найдите наибольшее значение функции $f(x)=\left|\sqrt{9-x^2}-4\right|+\sqrt{9-x^2}-x^2-8x$.

Решение.

1) Областью определения данной функции является отрезок $[-3;3]$. При всех значениях x из области определения выполняется неравенство $\sqrt{9-x^2}\le\sqrt{9}$, откуда $\sqrt{9-x^2}\le 3$ и поэтому $\sqrt{9-x^2}-4<0$. Следовательно, $f(x)=-\sqrt{9-x^2}+4+\sqrt{9-x^2}-x^2-8x$. После приведения подобных получим $f(x)=-x^2-8x+4$.
2) Таким образом, задача сводится к определению наибольшего значения квадратичной функции на отрезке $[-3;3]$. Ветви параболы, являющейся графиком этой функции, направлены вниз, абсцисса вершины равна -4 и не принадлежит отрезку $[-3;3]$, а находится на оси абсцисс левее левого конца отрезка. Поэтому на отрезке $[-3;3]$ данная функция убывает и достигает своего наибольшего значения при $x=-3$. Значит, $\max\limits_{-3\le x\le 3} f(x)=f(-3)=-(-3)^2-8\cdot(-3)+4=19$.

Ответ. 19.