

- Выбрать начальное значение x , например $x_0 = a$. Это начальное приближение решения.
- Вычислять новые приближения решения x_i по формуле:

$$x_i = \frac{1}{2} (x_{i-1} + \frac{a}{x_{i-1}}) \quad (1.7)$$

до достижения условия:

$$|x_i - x_{i-1}| \leq \varepsilon \quad (1.8)$$

Здесь $i = 1, 2, \dots$ – номер вычисления - *итерации*.

ε – требуемая точность.

Пример. Нужно решить уравнение $x^2 - 3 = 0$ с точностью $\varepsilon = 0,001$.

Зададимся $x_0 = a = 3$,

Вычислим первое приближение: $x_1 = \frac{1}{2} (x_0 + \frac{a}{x_0}) = \frac{1}{2} (3 + \frac{3}{3}) = 2$,

оценим точность $|x_1 - x_0| = |2 - 3| = 1 \geq \varepsilon$. Требуемая точность не достигнута, нужно продолжить расчет.

Вычислим второе приближение: $x_2 = \frac{1}{2} (x_1 + \frac{a}{x_1}) = \frac{1}{2} (2 + \frac{3}{2}) = 1,75 = \frac{7}{4}$,

оценим точность $|1,75 - 2| = 0,25 > \varepsilon$.

Вычислим третье приближение: $x_3 = \frac{1}{2} (x_2 + \frac{a}{x_2}) = \frac{1}{2} (\frac{7}{4} + \frac{12}{7}) = 1,7321$,

оценим точность $|1,7321 - 1,75| = 0,0179 > \varepsilon$.

Вычислим четвертое приближение: $x_4 = 1,73205$,

оценим точность $|1,73205 - 1,7321| = 0,00005 < \varepsilon$ – точность достигнута.

Ответ: $x_{12} = +1,73205$.