

Пример вычисления предела

Пример. Вычислить предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 10n + 4}{n^2 + 1}$.

Решение. На бесконечности числитель и знаменатель дроби стремятся к бесконечности, т.е. имеем неопределенность:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 10n + 4}{n^2 + 1} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right]$$

Для раскрытия неопределенности вынесем за скобки в числителе и знаменателе n^2 в старшей степени:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 10n + 4}{n^2 + 1} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right] = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 \left(3 + \frac{10}{n} + \frac{4}{n^2} \right)}{n^2 \left(1 + \frac{1}{n^2} \right)}.$$

Величины $\frac{10}{n}$, $\frac{4}{n^2}$, $\frac{1}{n^2}$ являются бесконечно малыми при $n \rightarrow \infty$, т.е. стремятся к нулю, следовательно:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 \left(3 + \frac{10}{n} + \frac{4}{n^2} \right)}{n^2 \left(1 + \frac{1}{n^2} \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2}{n^2} = 3.$$