

Пределы с факториалами

Факториалом натурального числа n называется натуральное число $n!$, равное произведению чисел от 1 до n :

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n.$$

Очевидны равенства

$$(n + 1)! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n \cdot (n + 1) = n! (n + 1)$$

$$(n + 2)! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n \cdot (n + 1) (n + 2) = n! (n + 1) (n + 2) = (n + 1)! (n + 2).$$

При вычислении пределов последовательностей, содержащих разные факториалы, необходимо выразить все факториалы через самый младший:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{(n+1)! - n!} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{n!(n+1) - n!} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{n!((n+1) - 1)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0.$$