Второй замечательный предел

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n=e.$$

При подстановке бесконечно большого значения n в выражение в пределе, получается неопределенность $[1^\infty]$.

Важно: в данном случае $[1^\infty]\neq 1$, так как в основании не 1, а переменная величина $\left(1+\frac{1}{n}\right)$, которая при $n\to\infty$ принимает значения, сколь угодно близкие к 1, но не равные 1.

Часто второй замечательный предел будем применять в следующей форме.

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{a_n}\right)^{a_n}=e.$$

где $a_n\to\infty$ при $n\to\infty$.

Пример: $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1-\frac{1}{2n}\right)^n$

При подстановке бесконечно большого значения n в выражение в пределе, получается неопределенность $[1^\infty]$, для раскрытия которой воспользуемся вторым замечательным пределом. Перепишем предел в следущем виде

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{(-2n)}\right)^n.$$

Преобразуем выражение в показателе:

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{(-2n)}\right)^{-2n\cdot\frac{1}{(-2n)}\cdot n}=\lim_{n\to\infty}\left(\left(1+\frac{1}{(-2n)}\right)^{-2n}\right)^{\frac{1}{(-2n)}\cdot n}$$

Выражение в скобках $\left(\left(1+\frac{1}{(-2n)}\right)^{-2n}\right)\to e$, следовательно,

$$\lim_{n\to\infty}\left(\left(1+\frac{1}{(-2n)}\right)^{-2n}\right)^{\frac{1}{(-2n)}\cdot n}=\lim_{n\to\infty}e^{-\frac{n}{2n}}=e^{-\frac{1}{2}}.$$