Пример. Вычислим предел $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2+1}-\sqrt{n^2-1}\right)$.

Р е ш е н и е. Перейти к эквивалентным под знаками корней нельзя, так как при этом разность будет тождественно равна нулю, поэтому преобразуем выражения, домножив и разделив на сопряженное относительно разности:

$$\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2+1}-\sqrt{n^2-1}\right)=\lim_{n\to\infty}\frac{\left(\sqrt{n^2+1}-\sqrt{n^2-1}\right)\left(\sqrt{n^2+1}+\sqrt{n^2-1}\right)}{\left(\sqrt{n^2+1}+\sqrt{n^2-1}\right)}=$$

Произведение в числителе преобразуем в разность квадратов, а в знаменателе перейдем к эквивалентным

$$\square=\lim_{n\to\infty}\frac{n^2+1-n^2+1}{\sqrt{n^2}+\sqrt{n^2}}=\lim_{n\to\infty}\frac{2}{2n}=0.$$