

Пример. Вычислим предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2}{n+1} - \frac{n^3}{n^2+1} \right)$

Р е ш е н и е. Перейти к эквивалентным в знаменателях дробей нельзя, так как при этом:

$$\frac{n^2}{n+1} - \frac{n^3}{n^2+1} \sim \frac{n^2}{n} - \frac{n^3}{n^2} = n - n \equiv 0 \text{ НЕПРАВИЛЬНО!}$$

Преобразуем разность дробей, переходя к общему знаменателю:

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2}{n+1} - \frac{n^3}{n^2+1} \right) &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2(n^2+1) - n^3(n+1)}{(n+1)(n^2+1)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^4 + n^2 - n^4 - n^3}{n \cdot n^2} = \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - n^3}{n^3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-n^3}{n^3} = -1. \end{aligned}$$