Вначале предположим, что непрерывная функция $f(x,y)$ задана в области S, являющейся прямоугольником, для которого $a \leqslant x \leqslant b$, $c \leqslant y \leqslant d$ (рис. 75). Наиболее естественно в данном случае разбить S координатными прямыми $x = \text{const}$ и $y = \text{const}$, соответственно параллельным координатным осям. Пусть отрезок $[a;b]$ разбит на k частей, а $[c;d]$ на m. Тогда $b-a = \sum\limits_{l=1}^{k} \Delta x_l$, $c-d = \sum\limits_{j=1}^{m} \Delta y_j$, где $\Delta x_l = x_l - x_{l-1}$, $\Delta y_j = y_j - y_{j-1}$.

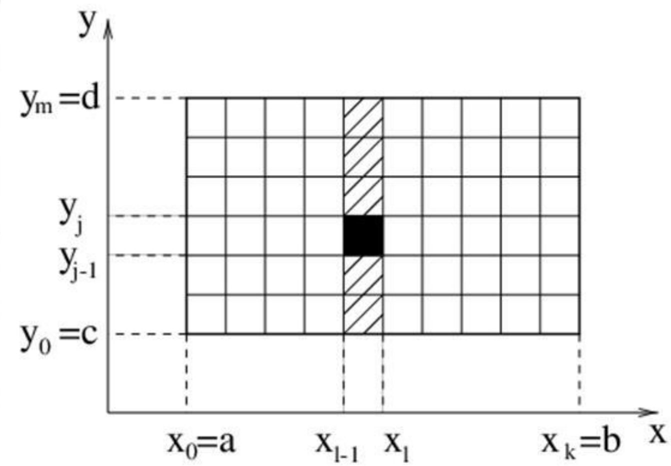

Рис. 75.

При введении понятия двойного интеграла в предыдущей лекции мы разбили область интегрирования на n площадок. Очевидно, что в рассматриваемом теперь случае $S = (b-a)(c-d)$, $n = km$, а $\Delta S_i = \Delta x_l \cdot \Delta y_j$. Вычислим теперь значение $f(x,y)$ в точке $(\xi_l;\eta_j)$, принадлежащей зачернённому на рис. 75 прямоугольнику и образуем произведение $f(\xi_l;\eta_j)\Delta x_l \Delta y_j$.
Просуммировав эти произведения по j, т.е. по вертикали (заштрихованный столбец на рис 75), получим $m-$ю интегральную сумму

$$\sum_{j=1}^{m} f(\xi_l;\eta_l)\Delta x_l \Delta y_j,$$

где суммирование проведено по переменной y при постоянном x. Просуммировав теперь полученные для каждого вертикального столбца суммы по l и перейдя к пределу при $\Delta x_l \to 0$ и $\Delta y_j \to 0$, получим