

ПРИМЕР 53.2. Переходя к полярным координатам, вычислить $\iint_S y ds$ по области S , ограниченной окружностью $x^2 + y^2 = 2x$ и осью Ox .

$$x^2 + y^2 = 2x \rightarrow x^2 - 2x + y^2 = 0 \rightarrow$$

$$x^2 - 2x + 1 + y^2 = 1 \rightarrow (x-1)^2 + y^2 = 1.$$

Подставив $x = r \cos \varphi$ и $y = r \sin \varphi$ в уравнение $x^2 + y^2 = 2x$, получим $r^2 = 2r \cos \varphi$, откуда $r = 2 \cos \varphi$.

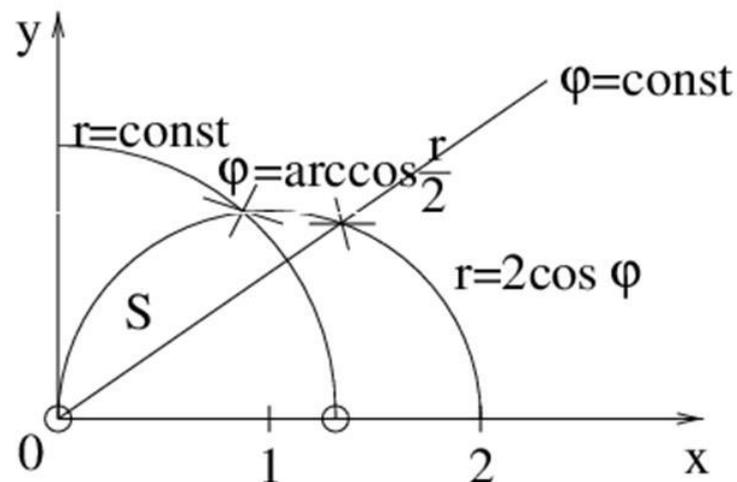


Рис. 83. К примеру 53.2

$$\begin{aligned} \iint_S y ds &= \iint_S (r \sin \varphi) r dr d\varphi = \int_0^{\pi/2} \sin \varphi d\varphi \int_0^{2 \cos \varphi} r^2 dr = \\ &= \int_0^{\pi/2} \frac{r^3}{3} \sin \varphi \Big|_0^{2 \cos \varphi} d\varphi = \frac{1}{3} \int_0^{\pi/2} 8 \cos^3 \varphi \cdot \sin \varphi d\varphi = \\ &= -\frac{8 \cos^4 \varphi}{4} \Big|_0^{\pi/2} = -\frac{2}{3} (\cos^4 \frac{\pi}{2} - \cos^4 0) = -\frac{2}{3} (0 - 1) = \frac{2}{3}. \end{aligned}$$