$$\frac{\partial \Phi(x,y)}{\partial x} = f(x,y),$$

$$\int\limits_c^d dy \int\limits_{x_{\text{л}}(y)}^{x_{\text{пр}}(y)} f(x,y)dx = \int\limits_c^d \Phi(x,y)\Big|_{x_{\text{л}}(y)}^{x_{\text{пр}}(y)} dy = \int\limits_c^d \left(\Phi(x_{\text{пр}}(y),y) - \Phi(x_{\text{л}}(y),y)\right) dy,$$

Вычислить двойной интеграл $\iint\limits_S (x+y)ds$, *где* S *– треугольник с вершинами* $O(0;0)$, $A(1;1)$, $B(1;0)$.

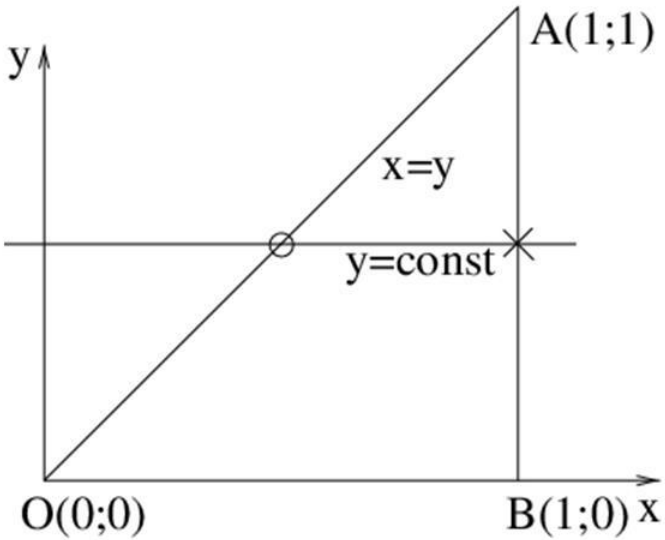

Рис. 72. *К примеру 52.3*

$$x = x_{\text{л}}(y) = y,$$

$$x = x_{\text{пр}}(y) = 1$$

$$\iint\limits_S (x+y)ds = \int\limits_0^1 dy \int\limits_y^1 (x+y)dx = \int\limits_0^1 \left(\frac{x^2}{2} + yx\right)\Big|_y^1 dy =$$

$$= \int\limits_0^1 \left(\frac{1}{2} + y - \frac{3}{2}y^2\right) dy = \left(\frac{y}{2} + \frac{y^2}{2} - \frac{y^3}{2}\right)\Big|_0^1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}.$$