

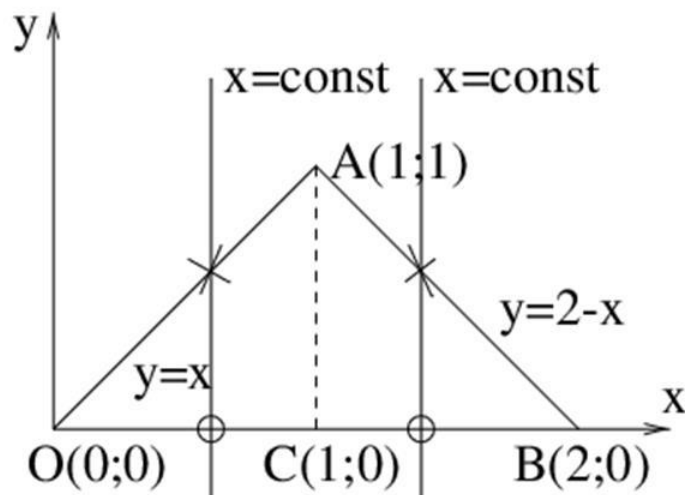
ПРИМЕР 52.2. Вычислить двойной интеграл

$\iint_S (x+y)ds$ , где  $S$  – треугольник с вершинами

$O(0;0)$ ,  $A(1;1)$ ,  $B(2;0)$ .

Р е ш е н и е:

Границами области интегрирования являются прямые  $x=0$ ,  $y=x$ ,  $y=2-x$



$$\iint_S (x+y)ds = \iint_{OAC} (x+y)ds + \iint_{ACB} (x+y)ds.$$

$$\iint_S (x+y)ds = \int_0^1 dx \int_0^x (x+y)dy + \int_1^2 dx \int_0^{2-x} (x+y)dy =$$

$$\begin{aligned} &= \int_0^1 \left( xy + \frac{y^2}{2} \right) \Big|_0^x dx + \int_1^2 \left( xy + \frac{y^2}{2} \right) \Big|_0^{2-x} dx = \int_0^1 \left( x^2 + \frac{x^2}{2} \right) dx + \int_1^2 \left( x(2-x) + \right. \\ &+ \left. \frac{(2-x)^2}{2} \right) dx = \frac{3}{2} \int_0^1 x^2 dx + \int_1^2 \left( 2 - \frac{x^2}{2} \right) dx = \frac{3}{2} \frac{x^3}{3} \Big|_0^1 + \left( 2x - \frac{x^3}{6} \right) \Big|_1^2 = \\ &= \frac{1}{2} + 4 - \frac{4}{3} - 2 + \frac{1}{6} = \frac{4}{3}. \end{aligned}$$