

ПРИМЕР 52.1. Вычислить двойной интеграл $\iint_S (x+y)ds$, где S – треугольник с вершинами $O(0;0)$, $A(1;1)$, $B(0;2)$.

Решение:

Границами области интегрирования являются прямые $x = 0$, $y = x$, $y = 2 - x$ (рис. 69).

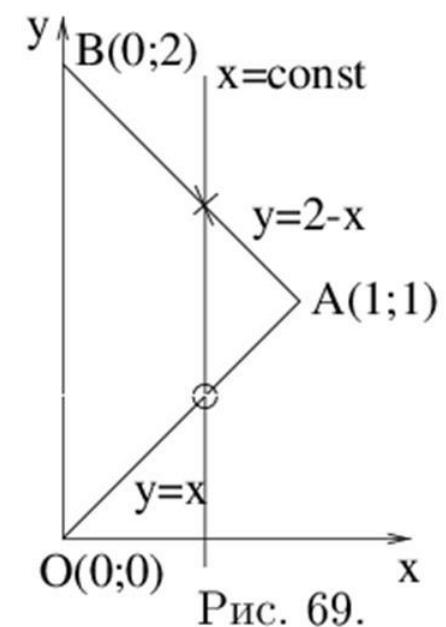


Рис. 69.

Повторяя рассуждения, проведённые при решении примера 51.1

$$\begin{aligned} \text{получаем } \iint_S (x+y)ds &= \int_0^1 dx \int_x^{2-x} (x+y)dy = \int_0^1 (xy + y^2/2) \Big|_x^{2-x} dx = \\ &= \int_0^1 \left(x(2-x) + \frac{(2-x)^2}{2} - x^2 - \frac{x^2}{2} \right) dx = \int_0^1 \left(2x - x^2 + 2 - 2x + \frac{x^2}{2} - \right. \\ &\quad \left. - x^2 - \frac{x^2}{2} \right) dx = 2 \int_0^1 (1 - x^2) dx = 2 \left(x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^1 = 2 \left(1 - \frac{1}{3} \right) = \frac{4}{3}. \end{aligned}$$