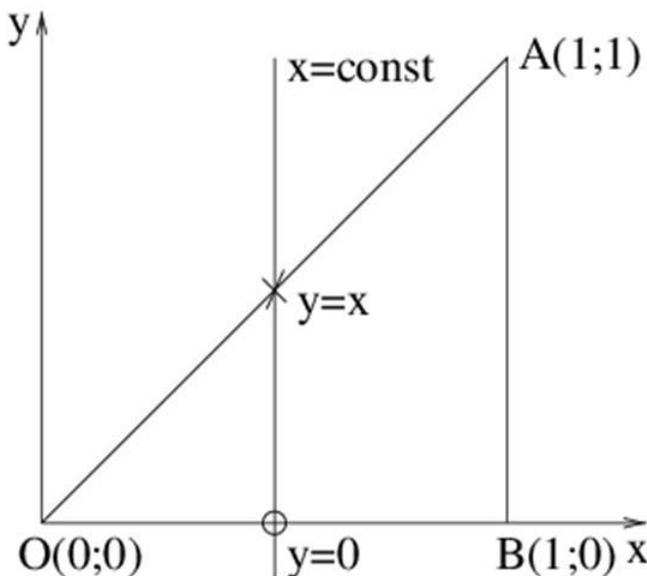


ПРИМЕР 51.1. Вычислить двойной интеграл  $\iint_S (x+y)ds$ , где  $S$  – треугольник с вершинами  $O(0;0)$ ,  $A(1;1)$ ,  $B(1;0)$ .



Границами области интегрирования являются прямые  $y = 0$ ,  $x = 1$ ,  $y = x$ . Проведем любую прямую  $x = \text{const}$ ,  $0 < x < 1$ . Она пересекает нижнюю границу области интегрирования в точке «о», в которой  $y = y_{\text{n}}(x) = 0$ , и верхнюю границу области в точке «х», в которой  $y = y_{\text{в}}(x) = x$ . Слева и справа область  $S$  ограничена значениями  $x$ , равными 0 и 1

$$\begin{aligned} \iint_S (x+y)ds &= \int_0^1 dx \int_0^x (x+y)dy = \int_0^1 (xy + y^2/2) \Big|_0^x dx = \\ &= \int_0^1 (x^2 + x^2/2)dx = \frac{3}{2} \int_0^1 x^2 dx = \frac{3}{2} \frac{x^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{1}{2}. \end{aligned}$$